Prof. Dr. Alfred Toth

Polyadische semiotische Relationen

1. Von mir selbst (vgl. Toth 2008) und auch von Kaehr (2008) wurde die Möglichkeit vorgeschlagen, die triadisch-trichotomische Peircesche Semiotik zu erweitern. Ein weiterer Vorschlag betrifft den Versuch, Peirce bekannte 66 Zeichenklassen als dekadisch-dekatomische Relationen zu konstituieren (vgl. Bogarin 2002). Auf der anderen Seite ist bekannt, dass das Saussuresche Zeichenmodell dyadisch ist – wobei hier keine dichotomische Unterscheidung gemacht wird, eine solche wurde z.B. von de Couto (1981) versucht. Ferner gibt es sogar bei Bense die wohl ursprünglichste Konzeption des Zeichens als 1-stelliger Seinsfunktion, d.h. des monadischen Zeichens (Bense 1976, S. 26).

2. Eine Erweiterung des Peirceschen Zeichenmodells muss zweierlei berücksichtigen:

2.1. Die rein mathematisch-logische, d.h. relationentheoretische Erweiterung muss einhergehen mit sinnvollen Interpretationen, da die Semiotik für sich beansprucht, nicht wie die Logik und Mathematik mit syntaktischen Tokens, sondern mit Zeichen, die Bedeutung und Sinn tragen, zu rechnen.

2.2. Es muss zwischen den folgenden drei relationentheoretischen Erweiterungen unterschieden werden:

2.2.1. n-adische Erweiterung allein, d.h. 3-/4-/5- ... –adisch-trichotomisch.
2.2.2. n-atomische Erweiterung allein, d.h. z.B. 3-adisch-4-/5-/6- ... atomisch.
2.2.3. n-adisch/n-atomische Erweiterungen, d.h. tetradisch-tetratomisch, pentadisch-pentatomische, hexadisch-hexatomische, usw.

Zu den bisherigen Versuchen vgl. z.B. Toth (2008, S. 214 ff., Toth 2009a). Zahlreiche Untersuchungen zu tetradisch-tetratomischen Matrizen und Zeichenrelationen findet sich in Kaehrs neu zu einem Buch zusammengefassten Studien (Kaehr 2009).

3. Ein weiteres Problem, auf das m.W. nie Bezug genommen wurde, ist, dass die Peirceschen Fundamentalkategorien von Bense (1980) ja explizit als Primzeichen eingeführt wurden und zwar analog zu den ersten drei Primzahlen 1, 2, 3, die 1 hier also ausnahmsweise mitgezählt. Erweitert man also nach 2.2.1.,

dann stellt sich die Frage, auf welche der beiden folgenden Weisen man erweitert:

3.1. 3-adisch, 4-adisch, 5-adisch, ...
3.2. 3-adisch, 5-adisch, 7-adisch,

also ob nach 3.1. einfach natürliche Zahlen eingesetzt werden können oder diese, wie in 3.2. prim sein müssen, denn auch wenn Bense das in der genannten Publikation nicht so sagt, so scheint das Primsein seiner Ansicht nach das konstitutive Merkmal von Kategorien zu sein, wenigstens was die Peircesche Reduktion der bekannten längeren Kategorientafeln betrifft. So gibt es z.B. bei Peirce keine Kategorie der Zufälligkeit, weil sich diese aus den Kategorien der Möglichkeit und der Wirklichkeit zusammensetzt und also nicht prim ist. Umgekehrt gibt es in der üblichen ontologischen Deutung der Modallogik keine Kategorie der Wirklichkeit (vgl. Menne 1991, S. 57), weil man sich diese als aus Möglichkeit und Notwendigkeit zusammengesetzt denken kann. Kategorien sind also bereits für Peirce offenbar weniger apriorische Denkformen als disjunkte Zerlegungen von Modalität, d.h. prime Partitionen. Vieles spricht also dafür, dass die Methode 3.2 der Methode 3.1. vorzuziehen ist.

4. Nun besagt Schröders Theorem, dass alle n-adischen (polyadischen) Relationen auf dyadische Relationen zurückführbar sind. Peirce Reduktionstheorem besagt dagegen, dass sich alle n-adischen Relationen auf tradische Relationen zurückgeführt werden lassen (vgl. Toth 2007, S. 173 ff.). Wenn wir nun z.B. die 5stellige Relation

Zkl = (5.a 4.b 3.c 2.d 1.e)

in Triaden zerlegen wollen, dann gibt es folgende zweimal 9 Möglichkeiten (ohne Permutationen) – auf der linken Seite mit nicht-primen und auf der rechten Seite mit primen Kategorien:

1. (5.a 4.b 3.c)	1‘. (7.a 5.b 3.c)
2. (5.a 4.b 2.d)	2‘. (7.a 5.b 2.d)
3. (5.a 4.b 1.e)	3‘. (7.a 5.b 1.e)
4. (5.a 3.c 2.d)	4‘. (7.a 3.c 2.d)
5. (5.a 3.c 1.e)	5‘. (7.a 3.c 1.e)
6. (4.b 3.c 2.d)	6‘. (5.b 3.c 2.d)
7. (4.b 3.c 1.3)	7‘. (5.b 3.c 1.3)
8. (4.b 2.d 1.e)	8‘. (5.b 2.d 1.e)
9. (3.c 2.d 1.e)	9‘. (3.c 2.d 1.e)

Behandelt man diese Zeichenrelationen nun als rein abstrakte Relationen, so sind die 9 Fälle auf der linken Seite sehr schnell erledigt: sie sind alle isomorph zu

(3.a 2.b 1.c)

und damit zur gewöhnlichen triadisch-trichotomischen Peirceschen Zeichenrelation. Dies ist allerdings nicht der Fall mit den 9 Fällen auf der rechten Seiten, denn keine der 5 primen Kategorien 7, 5, 3, 2, 1 ist durcheinander teilbar, so dass sie somit alle irreduzibel und nicht zueinander isomorph sind.

Nachdem wir nun Peirces Theorem mit zwei völlig verschiedenen Ergebnissen angewandt haben, wenden wir Schröders Theorem an zerlegen die Pentaden in Dyaden:

1. (5.a 4.b 3.c) ≡ (5.a 4.b) (4.b 3.c)
2. (5.a 4.b 2.d) ≡ (5.a 4.b) (4.b 2.d)
3. (5.a 4.b 1.e) ≡ (5.a 4.b) (4.b 1.e)
4. (5.a 3.c 2.d) ≡ (5.a 3.c) (3.d 2.d)
5. (5.a 3.c 1.e) ≡ (5.a 3.c) (3.c 1.e)
6. (4.b 3.c 2.d) ≡ (4.b 3.c) (3.c 2.d)
7. (4.b 3.c 1.e) ≡ (4.b 3.c) (3.c 1.e)
8. (4.b 2.d 1.e) ≡ (4.b 2.d) (2.d 1.e)
9. (3.c 2.d 1.e) ≡ (3.c 2.d) (2.d 1.e)

1‘. (7.a 5.b 3.c) ≡ (7.a 5.b), (7.a 3.c), (5.b 3.c)
2‘. (7.a 5.b 2.d) ≡ (7.a 5.b), (7.a 2.d), (5.b 2.d)
3‘. (7.a 5.b 1.e) ≡ (7.a 5.b), (7.a 1.e), (5.b 1.e)
4‘. (7.a 3.c 2.d) ≡ (7.a 3.c), (7.a 2.d), (3.c 2.d)
5‘. (7.a 3.c 1.e) ≡ (7.a 3.c), (7.a 1.e), (3.c 1.e)
6‘. (5.b 3.c 2.d) ≡ (5.b 3.c), (5.b 2.d), (3.c 2.d)
7‘. (5.b 3.c 1.e) ≡ (5.b 3.c), (5.b 1.e), (3.c 1.e)
8‘. (5.b 2.d 1.e) ≡ (5.b 2.d), (5.b 1.e), (2.d 1.e)
9‘. (3.c 2.d 1.e) ≡ (3.c 2.d), (3.c 1.3), (2.d 1.3)

Wie man also erkennt, kann man zwar Pentaden und höhere polyadische Relationen sowohl in Triaden als auch in Dyaden zerlegen, aber die Ergebnisse sind verschieden: Bei nicht-primen Kategorien sind sämtliche Triaden (evtl.

unter Anwendung eines „Normalformoperators") zueinander isomorph, bei primen Kategorien ist dies nicht der Fall. Dementsprechend ist auch die weitere Zerlegung der Triaden in Dyaden nicht isomorph. Anforderung 2.1. ist jedenfalls nur dann gegeben, wenn man zusätzliche Kategorien als prime einführt.

5. Was nun die Anforderungen 2.2. betrifft, also die unterschiedliche Erweiterung von Relationen nach –aden oder –tomien, so herrschen bei den –tomien praktisch keine Begrenzungen. Wie in Toth (2009b) dargestellt, stehen die –aden ja für Objektskonstanten, so dass hier die Primheit im Sinne der individuellen Unteilbarkeit eine Rolle spielt, dies ist aber nicht der Fall bei den –tomien, die ja für Subjektsvariablen stehen, so dass einfach bei jedem Schritt der linearen Peanoprogression ein Subjekt mehr dazu kommt (und damit polykontextural gesehen natürlich einen weiteren ontologischen Ort für sich beansprucht). Da jedes Subjekt 1, 2, 3, ..., an sich als Individuum eingeführt, entfällt hier also die Limitationsforderung an Primheit der –tomischen Kategorien.

Bibliographie

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Bogarin, Jorge, Zeichen der Ästhetik: Die Zeichenklasse des ästhetischen Zustands als zehnstellige Relation. In: Bayer, Udo/Gfesser, Karl (Hrsg.), Kontinuum der Zeichen. Stuttgart 2002, S. 113-128

de Couto, Hildo Honorio, Sign relations. In: LACUS 8, 1981, S. 148-162

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Short%20Studies/Diamond%20Semiotic%20Short%20Studies.pdf

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 3. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Balancierte und unbalancierte semiotische Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Balanc.%20u.%20unbalanc..pdf (2009a)

Toth, Alfred, Polysubjektive Zeichenklassen und ihre Kontexturen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009b)

8.12.2009